О Т З Ы В

официального оппонента о диссертации Аль Исави Джавада Кадима Тахира "Исследование одного класса эволюционных уравнений в квазисоболевых пространствах представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Диссертационная работа Аль Исави Джавада Кадима Тахира посвящена исследованию разрешающих полугрупп для вырожденных линейных операторно-дифференциальных уравнений вида

$$Lu' = Mu \tag{1}$$

в случае, когда входящие в него операторы действуют в квазибанаховых пространствах и приложениям полученных результатов к исследованию начально-краевых задач для неоднородного уравнения (1). Основное внимание уделено случаю, когда рассматриваемые квазибанаховы пространства являются пространствами последовательностей. Исследования подобных задач важны как с точки зрения развития теории (можно сослаться на работы Р.Е. Шоуолтера (R.E. Showalter), А. Фавини (A. Favini), А. Яги (A. Yagi), И.В. Мельниковой, Г.А. Свиридюка, Т.Г. Сукачевой, В.Е. Федорова и многих других авторов), так и с точки зрения приложений, поскольку дифференциальные уравнения и системы, входящие в класс (1) (класс уравнений соболевского типа) возникают в физике атмосферы, физики плазмы, теории электрических цепей, теории ползучести металлов, динамики колебаний стратифицированной жидкости, теории фильтрации, биологии и других. Систематическое изучение уравнений, неразрешенных относительно производной начато в работах С.Л. Соболева. В последние десятилетия написано большое количество монографий полностью или частично посвященных этой тематике, сформировались научные направления, вокруг которых сложились научные школы. Можно отметить, в частности, работы и монографии Г.А. Свиридюка и его учеников В.Е. Федорова, А.В. Келлер, А.А. Замышляевой, М.А. Сагадеевой и др. Первая монография этой школы, посвященная голоморфным вырожденным группам и полугруппам, а также вырожденным C_0-полугруппам, вышла в свет в 2003 году. В отличие от этих результатов, полученных в банаховых пространствах, рассматриваемая диссертация посвящена случаю квазибанаховых пространств.

Содержание работы. Диссертация построена из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Первая глава содержит пять параграфов, вспомогательные результаты не выносятся на защиту. В параграфе 1.1 содержатся определения и понятия квазисоболевых и квазибанаховых пространств последовательностей и доказательство теоремы о вложениях. В параграфе 1.2 приведено понятие ограниченных и непрерывных операторов в квазибанаховых пространствах и содержатся аналоги теорем Банаха и Банаха-Штейнгауза. В параграфе 1.3 приводится определение линейных замкнутых операторов и доказываются теоремы, связанные с линейными замкнутыми операторами в квазибанаховых пространствах. В параграфе 1.4 рассматриваются функции линейных ограниченных операторов, исследуются аналитические функции операторов. В параграфе 1.5 построен квазиоператор Лапласа, рассмотрены квазисоболевы пространства и доказаны теоремы о них. Вторая глава посвящена вырожденным полугруппам операторов в квазисоболевых пространствах, состоит из шести параграфов. В параграфе 2.1 исследованы относительные резольвенты и их свойства. В параграфе 2.2 вводится в рассмотрение относительно секториальный оператор. В параграфе 2.3 рассмотрено существование вырожденных голоморфных разрешающих полугруппы для однородного уравнения соболевского типа. Доказана теорема о существовании аналитической равномерно ограниченной разрешающей полугруппы, теорема о расщеплении пространств и действий операторов. Параграф 2.4 содержит исследование обобщенной задачи Шоуолтера - Сидорова для эволюционного уравнения соболевского типа в квазисоболевых пространствах. Доказана теорема об однозначной разрешимости такой задачи. В параграфе 2.5 вводится понятие фазового пространства для эволюционного уравнения соболевского типа в квазисоболевых пространствах, доказана теорема о существовании фазового пространства, доказана теорема о существовании единицы полугруппы. Наконец, в последнем параграфе 2.6 доказано существование обратного оператора. Третья глава состоит из шести параграфов посвящена изучению эволюционных уравнений соболевского типа в квазисоболевых пространствах и приложению полученных теоретических результатов. В параграфе 3.1 рассмотрена задача Коши для неоднородного уравнения соболевского типа в квазисоболевых пространствах. Доказана теорема о существовании единственного решения. В параграфе 3.2 доказана относительно спектральная теорема. В параграфе 3.3 содержатся условия, при которых существуют инвариантные пространства для пары эквивалентных уравнений соболевского типа. В параграфе 3.4 доказана теорема о том, что при определенных условиях решения пары эквивалентных уравнений соболевского типа обладают экспоненциальной дихотомией. В параграфе 3.5 рассмотрено уравнение Дзекцера в квазисоболевых пространствах и доказано существование единственного решения начальной задачи для него. В параграфе 3.6 изучаются свойства решений уравнения Дзекцера в квазисоболевых пространствах.

В диссертационной работе получены следующие основные результаты:

1. Построена теория относительно секториальных операторов в квазисоболевых пространствах последовательностей.

2. Доказана теорема о существовании голоморфных разрешающих вырожденных полугрупп операторов в квазисоболевых пространствах последовательностей и исследованы свойства этих полугрупп.

3. Полученные результаты теории голоморфных вырожденных полугрупп операторов применены к исследованию разрешимости начальных задач для одного класса вырожденных эволюционных уравнений в квазисоболевых пространствах последовательностей.

4. Определены многочлены от квазиоператора Лапласа и рассмотрен квазибанахов аналог однородной задачи Дирихле в ограниченной области с гладкой границей для линейного уравнения Дзекцера.

Опишем замечания к работе.

1. На стр. 27, 3-я строчка сверху имеется опечатка в левой части формулы.

2. Норма (или квазинорма, в зависимости от q) ${}_q\|x\|$ на стр. 27 не была определена (хотя по смыслу конечно понятно, что это такое).

3. Есть несколько утверждений, которые или тривиальны или в доказательстве не нуждаются, поскольку уже доказаны в литературе и достаточно найти ссылку (например, пример 1.1.1, лемма 1.2.2, теорема 1.2.1, утверждение последней теоремы справедливо не только для квазибанаховых пространств но и для любых пространств с первой аксиомой счетности, т.е для пространств, где у каждой точки имеется счетная фундаментальная система окрестностей 0, что очевидно выполнено для квазибанахова пространства (см., например, книгу Колмогоров А.Н., Фомин С.В. 1989. Элементы теории функции и Функционального анализа)).

4. Теорема 1.3.4 сформулирована не очень корректно: в формулировке не хватает условий (например, условия замкнутости оператора). Приведенное доказательство также за-

писано с неточностями и опечатками.

5. На стр. 42 определение проектора P_k записано не совсем верно: часть, которая записана до второго знака равенства верна, а в целом получается неверное равенство.

6. Во второй строчке на стр. 46 опечатка в формуле.

7. Утверждение сформулированное в примере 1.5.1 неверно. Указанный оператор может и не быть изоморфизмом, поскольку он может иметь ненулевое ядро.

8. В замечании 2.2.2 говорится "можно положить $a = 0$ в определении 2.1.1 но в определении 2.1.1 нет параметра . Очевидно, в замечании 2.2.2 имеется ввиду определение L-секториального оператора.

9. В формулировке теоремы 2.3.1 приведено неравенство $Re\,\mu_k \leq 0$, но не сказано, что за числа μ_k имеются ввиду. Также не пояснено обозначение $S^L_\theta(M)$. В доказательстве этой теоремы нет определения используемых величин e_k, нет определения контура γ_ρ и т. д. Даже не сказано из какого класса собственно говоря берется элемент u. Формула на последней строчке стр. 57 записана с опечатками. В целом можно сказать, что формулировка и доказательство этой теоремы написаны плохо.

10. Формулировка теоремы 2.5.2 нуждается в уточнении. Непонятно каким условиям должны удовлетворять операторы M и L.

Замечания, приведенные выше, не влияют на общую положительную оценку работы. Все результаты, выносимую на защиту, являются новыми и получены автором лично. Диссертация представляет собой цельную научную работу на актуальную тему. Она написана ясным языком, все результаты обоснованы. На наш взгляд их можно квалифицировать как решение важной проблемы. Основные результаты подробно опубликованы, автореферат адекватно отражает содержание диссертации. Поэтому работа Аль Исави Джавада Кадима удовлетворяет требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Заведующий кафедрой высшей математики
Югорского государственного университета
д.ф.-м.н., профессор Пятков Сергей Григорьевич

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
"Югорский государственный университет"
628012, г. Ханты-Мансийск, ул. Чехова 16,
Тел. (3467)357508, e-mail: s_pyatkov@ugrasu.ru

Подпись С.Г. Пяткова
ЗАВЕРЯЮ
Ученый секретарь
Соловьева Л. Н.
24 мая 2016 г.
(подпись)